

## Guía 3 Polinomios

**I. Encuentre todas las raíces (reales y complejas) de los siguientes polinomios.**

1.  $x^3 - 5x^2 + 5 + 3$  [R:  $3, 1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$ ]
2.  $2x^3 - 10x^2 + 12x - 4$  [R:  $1, 2 + \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}$ ]
3.  $2x^3 + x^2 - 4x - 3$  [R:  $-1$  raíz doble,  $\frac{3}{2}$ ]
4.  $12x^3 - 16x^2 - 5x + 3$  [R:  $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{3}{2}$ ]
5.  $2x^3 + 3x^2 - 5x - 3$  [R:  $-\frac{1}{2}, \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$ ]
6.  $x^4 - x^3 - 7x^2 - 14x - 24$  [R:  $-2; 4; -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{11}}{2}; -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{11}}{2}$ ]
7.  $2x^5 - 3x^4 - 2x + 3$  [R:  $1, -1, \frac{3}{2}, i, -i$ ]
8.  $x^5 - x^4 - 7x^3 - 7x^2 + 22x + 24$  [R:  $-1, 2, 3, -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{7}}{2}, -\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{7}}{2}$ ]

**II. Demuestre que para en los siguientes polinomios existe al menos una raíz real entre  $a$  y  $b$**

1.  $x^2 - 3x - 2$  ,  $a = 3, b = 4$
2.  $x^3 - 3x + 5$  ,  $a = -3, b = -2$
3.  $x^3 - 3x^2 - 3x + 9$  ,  $a = 1, b = 2$  y  $a = -2, b = -1$

**III. Descomponer en fracciones parciales.**

1.  $\frac{7x-1}{1-5x+6x^2}$   
[R:  $-\frac{4}{3x-1} + \frac{5}{2x-1}$ ]
2.  $\frac{x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 10}{(x-1)^2(x-3)}$   
[R:  $x + 2 - \frac{5}{2(x-1)^2} + \frac{17}{4(x-1)} - \frac{17}{4(x-3)}$ ]
3.  $\frac{5x^3 + 6x^2 + 5x}{(x^2-1)(x+1)^3}$   
[R:  $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x+1)^4} - \frac{3}{(x+1)^3} + \frac{3}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1}$ ]
4.  $\frac{5x^2 - 36x + 48}{x(x-2)^2}$   
[R:  $\frac{12}{x} - \frac{2}{(x-2)^2} - \frac{7}{x-2}$ ]

$$5. \frac{x^3 - 7x^2 + 17x - 17}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\left[ \text{R: } x - 2 + \frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-3} \right]$$

$$6. \frac{4x^2 + 5x - 9}{x^3 - 6x - 9}$$

$$\left[ \text{R: } \frac{2}{x-3} + \frac{2x+5}{x^2+3x+3} \right]$$

$$7. \frac{2x^3 + 7x + 5}{x^4 + 4x^2 + 4}$$

$$\left[ \text{R: } \frac{5+3x}{(x^2+2)^2} + 2\frac{x}{x^2+2} \right]$$

$$8. \frac{-2x^3 + 12x^2 - 20x + 10}{x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 21x + 18}$$

$$\left[ \text{R: } \frac{1}{2(x-3)^2} - \frac{9}{16(x-3)} - \frac{1}{16} \frac{-10+23x}{x^2-x+2} \right]$$

$$9. \frac{5x^2 + 2x + 9}{x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x}$$

$$\left[ \text{R: } -\frac{3}{x} + \frac{2}{x-3} + \frac{-1+x}{x^2+1} \right]$$

**10. Descomponga en factores irreducibles el polinomio  $p(x) = x^4 - 4$**

**a.** en  $\mathbb{Q}$  y además determine las soluciones racionales de la ecuación  $p(x) = 0$  [R:  $\emptyset$ ]

**b.** en  $\mathbb{R}$  y además determine las soluciones reales de la ecuación  $p(x) = 0$   
[R:  $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ ]

**c.** en  $\mathbb{C}$  y además determine las soluciones complejas en la ecuación  $p(x) = 0$   
[R:  $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}, i\sqrt{2}, -i\sqrt{2}\}$ ]

**d.** Descomponga en fracciones parciales  $\frac{1}{p(x)}$  [R:  $\frac{1}{x^4-4} = \frac{1}{4(x^2-2)} - \frac{1}{4(x^2+2)}$ ]