

1) Sean las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 15 & 7 \\ 2 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 0 \\ 0 & 9 & 1 \\ 13 & 5 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 10 & 5 & 6 \\ 4 & 0 & 8 \\ 1 & 3 & 11 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 1 & 8 & 3 \\ 6 & 4 & 17 \end{bmatrix}$$

Calcule:

- $A + B$
- $C \cdot D$
- $A \cdot B + D$
- $C \cdot A \cdot B \cdot D$

Solución

$$\begin{aligned} \text{a) } A + B &= \begin{bmatrix} 1 & 15 & 7 \\ 2 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 4 & 0 \\ 0 & 9 & 1 \\ 13 & 5 & 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1+7 & 15+4 & 7+0 \\ 2+0 & 0+9 & 4+1 \\ 2+13 & 1+5 & 3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 19 & 7 \\ 2 & 9 & 5 \\ 15 & 6 & 5 \end{bmatrix} \\ \text{b) } C \cdot D &= \begin{bmatrix} 10 & 5 & 6 \\ 4 & 0 & 8 \\ 1 & 3 & 11 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 1 & 8 & 3 \\ 6 & 4 & 17 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 10+5+36 & 50+40+24 & 40+15+102 \\ 4+48 & 20+32 & 16+136 \\ 1+3+66 & 5+24+44 & 4+9+187 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51 & 14 & 157 \\ 52 & 12 & 152 \\ 70 & 63 & 200 \end{bmatrix} \\ \text{c) } A \cdot B + D &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 15 & 7 \\ 2 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 4 & 0 \\ 0 & 9 & 1 \\ 13 & 5 & 2 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 1 & 8 & 3 \\ 6 & 4 & 17 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 7+0+91 & 4+135+35 & 0+15+14 \\ 14+0+52 & 8+0+20 & 0+0+8 \\ 14+0+39 & 8+9+15 & 0+1+6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 1 & 8 & 3 \\ 6 & 4 & 17 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 98 & 96 & 1 \\ 66 & 28 & 8 \\ 25 & 16 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 1 & 8 & 3 \\ 6 & 4 & 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 99 & 101 & 5 \\ 67 & 4 & 5 \\ 31 & 20 & 10 \end{bmatrix} \\ \text{d) } C \cdot A \cdot B \cdot D &= \begin{bmatrix} 10 & 5 & 6 \\ 4 & 0 & 8 \\ 1 & 3 & 11 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 15 & 7 \\ 2 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 4 & 0 \\ 0 & 9 & 1 \\ 13 & 5 & 2 \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 1 & 8 & 3 \\ 6 & 4 & 17 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 10 & 5 & 6 \\ 4 & 0 & 8 \\ 1 & 3 & 11 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1+7 & 15+4 & 7+0 \\ 2+0 & 0+9 & 4+1 \\ 2+13 & 1+5 & 3+2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 1 & 8 & 3 \\ 6 & 4 & 17 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} 10 & ?5 & 6 \\ 4 & 0 & 8 \\ 1 & ?3 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 11 & 7 \\ 2 & ?9 & ?3 \\ ?11 & 4 & 1 \end{bmatrix} ? \begin{bmatrix} 1 & 5 & ?4 \\ ?1 & 8 & 3 \\ 6 & ?4 & ?17 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 60 + ?10 + ?66 & 110 + 45 + 24 & 70 + 15 + 6 \\ 24 + 0 + ?88 & 44 + 0 + 32 & 28 + 0 + 8 \\ 6 + ?6 + ?121 & 11 + 27 + 44 & 7 + 9 + 11 \end{bmatrix} ? \begin{bmatrix} 1 & 5 & ?4 \\ ?1 & 8 & 3 \\ 6 & ?4 & ?17 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} ?16 & 179 & 91 \\ ?64 & 76 & 36 \\ ?121 & 82 & 27 \end{bmatrix} ? \begin{bmatrix} 1 & 5 & ?4 \\ ?1 & 8 & 3 \\ 6 & ?4 & ?17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ?16 + 1 & 179 + ?5 & 91 + 4 \\ ?64 + 1 & 76 + ?8 & 36 + ?3 \\ ?121 + ?6 & 82 + 4 & 27 + 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ?17 & 174 & 95 \\ ?63 & 68 & 33 \\ ?127 & 86 & 44 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

2) Encuentre el inverso multiplicativo de $A = \begin{bmatrix} ?1 & 2 & 0 \\ ?3 & 4 & ?5 \\ 7 & ?1 & 2 \end{bmatrix}$

Solución

$$\begin{aligned}
 &\begin{bmatrix} ?1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ ?3 & 4 & ?5 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & ?1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_1 \dot{Y} ?1p} \begin{bmatrix} 1 & ?2 & 0 & ?1 & 0 & 0 \\ ?3 & 4 & ?5 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & ?1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_{21} \dot{Y} 3p} \begin{bmatrix} 1 & ?2 & 0 & ?1 & 0 & 0 \\ 0 & ?2 & ?5 & ?3 & 1 & 0 \\ 7 & ?1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\xrightarrow{f_{31} \dot{Y} ?7p} \begin{bmatrix} 1 & ?2 & 0 & ?1 & 0 & 0 \\ 0 & ?2 & ?5 & ?3 & 1 & 0 \\ 0 & 13 & 2 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_2 \dot{Y} ?\frac{1}{2}p} \begin{bmatrix} 1 & ?2 & 0 & ?1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} & ?\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 13 & 2 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_{12} \dot{Y} 2p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 2 & ?1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} & ?\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 13 & 2 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\xrightarrow{f_{32} \dot{Y} ?13p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 2 & ?1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} & ?\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{?61}{2} & \frac{?25}{2} & \frac{13}{2} & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_3 \dot{Y} \frac{?2}{61}p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 2 & ?1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} & ?\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{25}{61} & \frac{?13}{61} & \frac{?2}{61} \end{bmatrix} \\
 &\xrightarrow{f_{13} \dot{Y} ?5p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{?3}{61} & \frac{4}{61} & \frac{10}{61} \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} & ?\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{25}{61} & \frac{?13}{61} & \frac{?2}{61} \end{bmatrix} \xrightarrow{f_{23} \dot{Y} \frac{?5}{2}p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{?3}{61} & \frac{4}{61} & \frac{10}{61} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{29}{61} & \frac{2}{61} & \frac{5}{61} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{25}{61} & \frac{?13}{61} & \frac{?2}{61} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el inverso multiplicativo corresponde a $A^{?1} = \begin{bmatrix} \frac{?3}{61} & \frac{4}{61} & \frac{10}{61} \\ \frac{29}{61} & \frac{2}{61} & \frac{5}{61} \\ \frac{25}{61} & \frac{?13}{61} & \frac{?2}{61} \end{bmatrix}$

3) Calcule el inverso aditivo de $A = \begin{bmatrix} \sqrt{7} & 7 & \frac{?5}{3} & 0 & 4 \\ \frac{2}{5} & \sqrt{2} & ?4 & \frac{6}{7} & ?\frac{^}{5} \\ 0 & ?54 & 19 & \frac{18}{75} & ?\frac{94}{3} \\ e & ^3 & \frac{\sqrt{3}}{7} & ?63 & 42 \end{bmatrix}$

Solución:

El inverso aditivo de A corresponde a $?A$, es decir: $?A = \begin{bmatrix} ?\sqrt{7} & ?7 & \frac{5}{3} & 0 & ?4 \\ ?\frac{2}{5} & ?\sqrt{2} & 4 & ?\frac{6}{7} & ?\frac{^}{5} \\ 0 & 54 & ?19 & ?\frac{18}{75} & \frac{94}{3} \\ ?e & ?^3 & ?\frac{\sqrt{3}}{7} & 63 & ?42 \end{bmatrix}$

4) Calcule el determinante de:

$$\text{a) } B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } C = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{c) } D = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución:

$$\text{a) } \det B = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 8 - 3 = 5$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \det C &= \begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 4 \end{vmatrix} \\ &= 4 \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 4(2 \cdot 4 - 0 \cdot 7) - 5(1 \cdot 4 - 3 \cdot 7) + 3(1 \cdot 0 - 3 \cdot 2) \\ &= 4(8 - 0) - 5(4 - 21) + 3(0 - 6) \\ &= 4 \cdot 8 - 5 \cdot 6 + 3 \cdot 6 \\ &= 32 - 30 + 18 = 20 \end{aligned}$$

c) Para éste pivotearemos en función de la primera columna:

$$\begin{aligned} &\begin{vmatrix} 2 & 4 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= 2 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 2(3 \cdot 1 \cdot 3 - 4 \cdot 12 + 4 \cdot 12) - 4(7 \cdot 3 - 1 \cdot 3) + 7(1 \cdot 1 - 3 \cdot 9) - 1(7 \cdot 1 - 3 \cdot 3) \\ &= 2(9 - 48 + 48) - 4(21 - 3) + 7(1 - 27) - 1(7 - 9) \\ &= 2(9) - 4(18) + 7(-26) - 1(-2) \\ &= 18 - 72 - 182 + 2 = -234 \end{aligned}$$

Resolvamos por parte:

$$\begin{aligned} &\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \\ &= 3(1 \cdot 1 - 3 \cdot 9) - 2(0 \cdot 1 - 12) + 4(0 \cdot 3 - 12) \\ &= 3(1 - 27) - 2(-12) + 4(-12) \\ &= 3(-26) + 24 - 48 = -78 + 24 - 48 = -102 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\begin{vmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 7 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \\ &= 4(2 \cdot 1 - 12) - 7(3 \cdot 1 - 16) + 1(9 - 8) \\ &= 4(-10) - 7(-13) + 1(1) \\ &= -40 + 91 + 1 = 52 \end{aligned}$$

Sin embargo, no es necesario calcular el determinante de las 2 matrices siguientes, ya que ambos tienen coeficiente 0

Luego:

$$= \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 16 + 16 - 188 = 156$$

Por lo tanto $\det D = 156$

5) Si se tiene que $\begin{vmatrix} 4x & y+4 \\ 3y & 1 \end{vmatrix} = 17x$ y se sabe que $a_{21} = 9$. Determine el valor de x

Solución:

$$\begin{vmatrix} 4x & y+4 \\ 3y & 1 \end{vmatrix} = 4x \cdot 1 - 3y(y+4) = 4x - 3y^2 - 12y$$

Pero por la hipótesis se sabe que $\det A = 17x$. Luego:

$$4x - 3y^2 - 12y = 17x \Rightarrow 0 = 3y^2 + 12y - 13x \Rightarrow 0 = y^2 + 4y - 7x$$

Además, el elemento $a_{21} = 9$, es decir, $3y = 9 \Rightarrow y = 3$

Luego, reemplazando y en D, se tiene que:

$$0 = y^2 + 4y - 7x \Rightarrow 0 = 3^2 + 4 \cdot 3 - 7x \Rightarrow 0 = 9 + 12 - 7x \Rightarrow 7x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{7} \Rightarrow x = 3$$

Por lo tanto, se obtiene que $x = 3$

6) Calcule el valor de x tal que $\begin{vmatrix} 2x & 1 \\ x & x \end{vmatrix} = 3$

Solución:

El determinante corresponde a :

$$2x \cdot x - x \cdot 1 = 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(2x-3) = 0$$

$$x+1 = 0 \cup 2x-3 = 0 \Rightarrow x = -1 \cup x = \frac{3}{2}$$

7) Encuentre la matriz $X_{2 \times 2}$ tal que se cumpla que $4 \cdot 6X_{2 \times 2} + 2 \cdot 6 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = 2 \cdot 6 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

Solución

$$4 \cdot 6X_{2 \times 2} + 2 \cdot 6 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = 2 \cdot 6 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Factoricemos por 2 la parte izquierda de la ecuación:

$$2 \left(2 \cdot 6X_{2 \times 2} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \right) = 2 \cdot 6 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Multipliquemos ambos lados de la ecuación por $\frac{1}{2}$ de tal manera que no afecte la igualdad

$$2 \cdot 6X_{2 \times 2} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Sumemos el inverso aditivo de $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, es decir sumemos a ambos lados $-\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

y restemos ambas matrices

$$2 \cdot 6X_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2 \cdot 6 X_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Multipliquemos por $\frac{1}{2}$ ambos lados de la ecuación:

$$X_{2 \times 2} = \frac{1}{2} \cdot 6 \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Luego, la matriz que buscábamos corresponde a $X_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

8) Sean las siguiente matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & ?1 & 0 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ ?1 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcule $A \cdot B$

b) Calcule $B \cdot A$

Solución:

$$a) A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & ?1 & 0 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ ?1 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & ?2 & ?1 \\ ?1 & 25 & 11 \end{pmatrix}$$

b) Esta operación no se puede realizar ya que el orden de la matriz B es de 3×3 y el orden de la matriz A es de 2×3 . Recordemos que para que dos matrices se puedan multiplicar la cantidad de columnas de la primera matriz debe ser igual a la cantidad de filas de la segunda matriz. Luego, no existe la matriz $B \cdot A$.

9) Calcule los valores de x e y respectivamente si se sabe que:

$$\begin{bmatrix} y & 2 \\ 0 & 3x \end{bmatrix} \cdot 6 \begin{bmatrix} ?1 \\ ?5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ 3 \end{bmatrix} \text{ y además } z = \begin{vmatrix} ?2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$$

Solución

Calculemos primero el valor de z :

$$\begin{vmatrix} ?2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = ?2 \cdot 3 - ?1 \cdot 1 = ?6 - 1 = ?7. \text{ Así, } z = ?7$$

Reemplazando en la ecuación, nos da que:

$$\begin{bmatrix} y & 2 \\ 0 & 3x \end{bmatrix} \cdot 6 \begin{bmatrix} ?1 \\ ?5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ?7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Multiplcando:

$$\begin{bmatrix} ?y \cdot 10 \\ ?15x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ?7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Luego, $?y \cdot 10 = ?7 \Rightarrow ?15x = 3 \Rightarrow ?y = ?3 \Rightarrow x = ?\frac{1}{5}$
es decir, los valores de $y = ?3$ y $x = ?\frac{1}{5}$

10) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} a + 2b + c &= 5 \\ 2a + c + 2d &= 1 \\ a + b + 3c + 4d &= ?6 \\ 4a + b + 2d &= 0 \end{aligned}$$

Solución:

Se tiene la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \text{ y } B = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ahora, las soluciones de a, b, c, d están dadas por

$$x_i = \frac{\det Y_{iD}}{\det Y_{AB}} \text{ donde } D =: \text{corresponde a la matriz resultante de la sustitución en la columna } i\text{-ésima de } A \text{ por la } B$$

Luego:

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ -6 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 0 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{54}{54} = 1$$

$$c = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -6 & 4 \\ 4 & -1 & 0 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 0 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{-108}{54} = -2$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -6 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 0 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{162}{54} = 3$$

$$d = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -6 \\ 4 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 0 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{27}{54} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto, las soluciones del sistema corresponden a:

$a = 1; \quad b = 3; \quad c = -2; \quad d = \frac{1}{2}$