

Ejercicios de numeros complejos

1. Verifique que $\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt[3]{3}}{2}i\right)$ satisface

$$\frac{3}{z+1} - \frac{1}{z} = 1$$

2. Pruebe si $\frac{1}{z} + z$ es un numero real entonces

$$\text{Im}(z) = 0 \quad \vee \quad |z| = 1$$

3. Calcular $(-1 + i)^{24}$

4. Determinar z tal que

$$z\bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 4 - 3i$$

5. Encontrar $\text{Re}(z)$ de $\frac{1}{z^2}$ donde $z = a + bi$

6. Hallar los complejos z que satisfacen las 2 relaciones siguientes

$$\left|\frac{z-12}{z-8i}\right| = \frac{5}{3} \quad \wedge \quad \left|\frac{z-4}{z-8}\right| = 1$$

7. La suma de 2 numeros complejos es $3 + 2i$, la parte real de uno de ellos es 2. El cuociente entre ambos es un imaginario puro. Hallar los complejos.

8. Demostrar que

$$\sqrt[3]{1 + |z|^2} \leq 1 + |w| + |z - w| \quad \forall w \in \mathbb{C}$$

9. Encuentre 4 numeros complejos $z = a + bi$ que estan localizados en la hiperbola $y^2 - x^2 = 2$ y que satisfagan $|z| = \sqrt[3]{10}$

10. Dados los complejos $v = (1, 1)$; $w = (1, -2)$, calcule z tal que $z^{-1} - v + \bar{w} = 0$

11. Considere los complejos $Z_1 = 1 + \sqrt[3]{3}i$ $Z_2 = 2\sqrt[3]{3} + 2i$, Encontrar:

a. $\text{Re}(Z_1^{30} Z_2^{12})$

b. $\left(\overline{(Z_1 Z_2)}\right)^{35}$