

**Guía de Mat 146.****Problemas de Inducción**

1. Pruebe por inducción que:

**a.**  $r \cos^n \theta = r^n \cos n\theta$

**b.**  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + \dots + 2n^2 = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{3}$

**c.**  $1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + 9^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(4n^2 - 1)$

**d.**  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

**e.**  $\cos x \cos 2x \cos 4x \dots \cos 2^{n-1}x = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$

2. Para cada una de las fórmulas recursivas siguientes pruebe la fórmula general por inducción:

**a.**  $a_n = \begin{cases} a & \text{si } n = 1 \\ a_{n-1} + d & \text{si } n \geq 2 \end{cases}$  entonces  $a_n = a + (n-1)d$

**b.**  $a_n = \begin{cases} a & \text{si } n = 1 \\ a_{n-1} \cdot r & \text{si } n \geq 2 \end{cases}$  entonces  $a_n = a \cdot r^{n-1}$

**c.**  $a_n = \begin{cases} 1/2 & \text{si } n = 1 \\ a_{n-1} - \frac{1}{n^2 - n} & \text{si } n \geq 2 \end{cases}$  entonces  $a_n = \frac{n}{n+1}$

**d.**  $S_n = \begin{cases} a & \text{si } n = 1 \\ S_{n-1} + a + (n-1)d & \text{si } n \geq 2 \end{cases}$  entonces  $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$