PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAÍSO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PRUEBA Nº3 DE MAT 213-01-02-03-04-05-06

CURSO: Álgebra Lineal FECHA: 23/junio/07 TIEMPO: 90 min.

UNIDADES : Nº3. Transformaciones Lineales.
Nº4. Diagonalización.
PROFESORES : L. Aburto; J. León; M. Parraguez; S. Pascual; P. Valdés.
ÚTILES : De escritorio.

INDICACIONES :

1. **Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder.**
2. **La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.**
3. **Desarrolle su prueba con lápiz pasta azul o negro. Si escribe con lápiz grafito pierde su derecho a recorrección.**
4. **No se puede usar corrector. Si se equivoca debe tarjar el error.**
5. **Resuelva su prueba en forma clara y ordenada, justificando adecuadamente sus desarrollos.**
6. **Use UNA hoja para desarrollar cada pregunta.**

PREGUNTAS

PREGUNTA 1: (20 puntos; 5 puntos cada una)

Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Demuestre aquellas que sean verdaderas o dé un contraejemplo para aquellas que sean falsas.

(a) Sea $T:V\to W$ transformación lineal. Si $T(u)=\vec{0}$, entonces $u=\vec{0}$.

(b) Sea $T:V\to V$ trasformación lineal invertible y α valor propio de T, entonces α^{-1} es valor propio de T^{-1}.

(c) Sea $\mathrm{T}:V\to V$ lineal y B una base de V. Si $[\mathrm{T}]_{\mathrm{B}}^{\mathrm{B}}=\begin{pmatrix}0&1\\2&3\end{pmatrix}$, entonces $\left[\mathrm{T}^2\right]_{\mathrm{B}}^{\mathrm{B}}=\begin{pmatrix}0&1\\4&9\end{pmatrix}$.

(d) Sea $T:V\to W$ transformación lineal, entonces $\vec{0}\in\mathrm{Im}(\mathrm{T})$.

PREGUNTA 2: (20 puntos)

Sea $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ lineal tal que $T(x,y) = (-x+2y,\, 2x+ty,\, x-2y)$ con t un parámetro.

(a) Determine los valores de $t \in \mathbb{R}$ para que $(2,1) \in \ker(T)$. Para esos valores de t determine una base de $\ker(T)$.

(b) ¿Para qué valores de $t \in \mathbb{R}$ se tiene que $(1,2,-1) \in \operatorname{Im}(T)$?

PREGUNTA 3: (20 puntos)

Sea $A = \begin{pmatrix} \lambda+1 & -1 \\ \lambda-1 & 1 \end{pmatrix}$ con $\lambda \in \mathbb{R}$ un parámetro.

(a) Determine todos los valores de $\lambda \in \mathbb{R}$ para los cuales A es diagonalizable.

(b) Para aquellos valores λ donde A es diagonalizable, determine una matriz invertible P talque $P^{-1}AP$ sea diagonal.