PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAÍSO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PRUEBA Nº2 DE MAT 213-01-02-03-04-05-06

CURSO: Álgebra Lineal FECHA: 26/Mayo/07 TIEMPO: 90 min.

UNIDADES : Nº2. Espacios Vectoriales Reales.
PROFESORES : L. Aburto; J. León; M. Parraguez; S. Pascual; P. Valdés.
ÚTILES : De escritorio.

INDICACIONES :

1. **Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder.**
2. **La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.**
3. **Desarrolle su prueba con lápiz pasta azul o negro. Si escribe con lápiz grafito pierde su derecho a recorrección.**
4. **No se puede usar corrector. Si se equivoca debe tarjar el error.**
5. **Resuelva su prueba en forma clara y ordenada, justificando adecuadamente sus desarrollos.**
6. **Use UNA hoja para desarrollar cada pregunta.**

PREGUNTAS

PREGUNTA 1: (21 puntos; 7 puntos cada una)

Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Demuestre aquellas que sean verdaderas o dé un contraejemplo para aquellas que sean falsas.

(a) En el $\mathbb{R}$ - espacio vectorial $\mathbb{R}^3$, sean $a,b,c \in \mathbb{R}$ con $b \neq 0$, entonces los vectores $(1,a,1)$ y $(1,c,1+b)$ son linealmente independientes.

(b) Sea $\mathbb{R}_2[x]$ el $\mathbb{R}$ - espacio vectorial de los polinomios con coeficientes en $\mathbb{R}$ de grado a lo más dos y V un subespacio vectorial de $\mathbb{R}_2[x]$. Si $B = \{x + 2x^2, -1 + x + x^2\}$ es una base de V, entonces $\left[-5 + 7x - x^2\right]_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

(c) Sea W el $\mathbb{R}$- subespacio vectorial de $M_2(\mathbb{R})$ definido por $W=\left\{A\in M_2(\mathbb{R})/A+A^t=0\right\}$, entonces $\dim(W)=2$.

PREGUNTA 2: (14 puntos)

Sea $W=\left\{ax^3+bx^2+cx+d\in\mathbb{R}_3[x]/d-a+c=0\right\}$

a) Demuestre que W es un subespacio de $\mathbb{R}_3[x]$.

b) Encuentre una base B para W y dim(W).

PREGUNTA 3: (25 puntos)

Sea $M_2(\mathbb{R})$ el $\mathbb{R}$- espacio vectorial de matrices 2×2 con coeficientes en $\mathbb{R}$ y $B=\left\{\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&-1\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\right\}$ un subconjunto de $M_2(\mathbb{R})$.

a) Determine si B es un conjunto linealmente independiente.

b) Determine $\dim\left\langle\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&-1\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\right\rangle$. Justifique.

c) ¿Es el subespacio vectorial generado por B igual a $W=\left\{\begin{pmatrix}a+b&b\\a&a+b\end{pmatrix}/a,b\in\mathbb{R}\right\}$?.

d) Determine U subespacio vectorial de $M_2(\mathbb{R})$ tal que $M_2(\mathbb{R})=W\oplus U$.