PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PRUEBA Nº2 DE MAT 213-01-02-03-04-05-06

CURSO: Álgebra Lineal **FECHA: 5/Junio/08** **TIEMPO: 90 min.**

UNIDADES : Nº2. Espacios Vectoriales Reales.
PROFESORES : M. Astudillo; E. Avilés; G. Figueroa; A. Morales; M. Parraguez.
ÚTILES : De escritorio.

INDICACIONES :

1. **Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder.**
2. **La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.**
3. **Desarrolle su prueba con lápiz pasta azul o negro. Si escribe con lápiz grafito pierde su derecho a recorrección.**
4. **No se puede usar corrector. Si se equivoca debe tarjar el error.**
5. **Resuelva su prueba en forma clara y ordenada, justificando adecuadamente sus desarrollos.**
6. **Use UNA hoja para desarrollar cada pregunta.**

PREGUNTAS

Pregunta 1: (32 puntos; 8 puntos cada una)

a) Sea $V=\langle(1,2,1),(-1,0,1)\rangle\leq\mathbb{R}^3$. Determine si el vector $(-1,1,2)$ pertenece a V.

b) Sea $B=\left\{x^2+2,x^2+1\right\}$ una base de $U\leq\mathbb{R}_2[x]$. Determine $A\subseteq\mathbb{R}_2[x]$ tal que $A\cup B$ sea una base de $\mathbb{R}_2[x]$.

c) Sea $W=\left\{\begin{pmatrix} b & a\\ a & b\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})/a,b\in\mathbb{R}\right\}\leq M_2(\mathbb{R})$. Determine la $\dim(W)$.

d) Sean $B_1=\{(1,1,1),(1,0,-1),(1,1,0)\}$ *y* $B_2=\{(1,1,-3),(1,-1,1),(0,1,1)\}$ bases de $\mathbb{R}^3$. Encuentre: $\left[(1,1,1)\right]_{B_2}$ y $[id]_{B_1}^{B_2}$.

Pregunta 2: (16 puntos)

a) Sea $V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) / a = b \right\}$ y $U = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\rangle \leq V$. Determine $W \leq V$ tal que $U \oplus W = V$.

b) Sean B_1 y B_2 bases de un espacio vectorial V tal que: $[id]_{B_1}^{B_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $v \in V$ tal que: $[v]_{B_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Calcule $[v]_{B_1}$.

Pregunta 3: (12 puntos; 4 puntos cada una)

Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Demuestre aquellas que sean verdaderas o dé un contraejemplo para aquellas que sean falsas.

a) Sea $W = \left\{ p(x) = a + bx + cx^2 \in \mathbb{R}_2[x] / p'(1) - p(-1) = 1 \right\}$, entonces W es un espacio vectorial real.

b) $\langle (k,1,1),(1,3,-2),(1,1,1) \rangle = \mathbb{R}^3$, siempre y cuando $k \in \mathbb{R} - \{-1\}$.

c) Sean $U = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x + 2y + z = 0 \right\}$ y $W = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x + y = 0 \right\}$ subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^3$, entonces la $\dim(U \cap W) = 1$.