PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAÍSO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PRUEBA Nº2 DE MAT 213-02-03

CURSO: Álgebra Lineal **FECHA: 16/Octubre/07** **TIEMPO: 90 min.**
UNIDADES : Nº2. Espacios Vectoriales Reales.
PROFESORES : M. Parraguez; R. Salazar.
ÚTILES : De escritorio.

INDICACIONES :

1. **Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder.**
2. **La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.**
3. **Desarrolle su prueba con lápiz pasta azul o negro. Si escribe con lápiz grafito pierde su derecho a recorrección.**
4. **No se puede usar corrector. Si se equivoca debe tarjar el error.**
5. **Resuelva su prueba en forma clara y ordenada, justificando adecuadamente sus desarrollos.**
6. **Use UNA hoja para desarrollar cada pregunta.**

PREGUNTAS

PREGUNTA 1: (20 puntos; 5 puntos cada una)

Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Demuestre aquellas que sean verdaderas o dé un contraejemplo para aquellas que sean falsas.

(a) Si $V = \langle A \rangle$, entonces A es base de V.

(b) Si $B = \{(1,0,1),(0,1,2)\}$ es base de $W \leq \mathbb{R}^3$, entonces los vectores $(1,1,3)$ y $(0,0,1)$ pertenecen a W.

(c) $S = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 / x = y \quad \wedge \quad z = w\} \leq \mathbb{R}^4$, entonces $\dim(S) = 2$

(d) $\{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] / p(0) = 1\} \leq \mathbb{R}_3[x]$.

PREGUNTA 2: (20 puntos)

Sea $U = \left\{ (a,\ b,\ c) \in \mathbb{R}^3 \ /\ \ a+b+c=0 \quad \wedge \quad 2a+b=0 \right\} \leq \mathbb{R}^3$.

(a) Determine una base para U y la dimensión de U.

(b) Determine $W \leq \mathbb{R}^3$, tal que $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

PREGUNTA 3: (20 puntos)

Considere $A = \left\{ x^2+x+1,\quad x^2+x,\quad x^2 \right\}$ y $B = \left\{ x^2+x,\quad x^2+1,\quad x+1 \right\}$ bases de un espacio vectorial real V.

(a) Determine explícitamente la matriz cambio de base $[id]_B^A$.

(b) Si $[v]_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, determine usando la matriz de (a), $[v]_A$.

(c) Determine explícitamente el vector ***v.***