PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAÍSO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PRUEBA Nº1 DE MAT 213-01-02-03-04-05-06

CURSO: Álgebra Lineal **FECHA: 28/abril/07** **TIEMPO: 90 min.**

UNIDADES : Nº1. Matrices y Sistemas de Ecuaciones Lineales.
PROFESORES : L. Aburto; J. León; M. Parraguez; S. Pascual; P. Valdés.
ÚTILES : De escritorio.

INDICACIONES :

1. **Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder.**
2. **La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.**
3. **Desarrolle su prueba con lápiz pasta azul o negro. Si escribe con lápiz grafito pierde su derecho a recorrección.**
4. **No se puede usar corrector. Si se equivoca debe tarjar el error.**
5. **Resuelva su prueba en forma clara y ordenada, justificando adecuadamente sus desarrollos.**
6. **Use UNA hoja para desarrollar cada pregunta.**

PREGUNTAS

PREGUNTA 1: (20 puntos; 5 puntos cada una)

Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Demuestre aquellas que sean verdaderas o dé un contraejemplo para aquellas que sean falsas.

(a) $A \in M_n(\mathbb{R})$ y $A^2 = A$, entonces $|A| = 1$ ó $|A| = 0$.

(b) $A \in M_n(\mathbb{R})$ y A no es invertible, entonces $A \cdot (\text{Adj}(A)) = 0_n$.

(c) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = A \cdot A^t$, entonces $B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{-1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$.

(d) $PAP^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ con $P \in M_2(\mathbb{R})$ matriz invertible, entonces $A^{52} = -I_2$

PREGUNTA 2: (15 puntos)

Sean $A, B \in M_3(\mathbb{R})$ invertibles tales que:

$$AB = B^2 + B + I_3 \qquad \text{y} \qquad B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcular $X \in M_3(\mathbb{R})$ tal que $B(X + I_3) = B^{-1}(AB)$.

PREGUNTA 3: (25 puntos)

Determine los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 3y + 4z = b \\ 3x + 4y + az = 1 \end{array}\right|$$

i) Tenga única solución. Determine el valor de z.
ii) Tenga infinitas soluciones. En este caso, determine el conjunto solución.
iii) No tenga solución.