PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PRUEBA Nº1 DE MAT 213-01-02-03-04-05-06

CURSO: Álgebra Lineal **FECHA: 7/Junio/08** **TIEMPO: 90 min.**

UNIDADES : Nº1. Matrices y Sistemas de Ecuaciones Lineales.
PROFESORES : M. Astudillo; E. Avilés; G. Figueroa; A. Morales; M. Parraguez.
ÚTILES : De escritorio.

INDICACIONES :

1. **Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder.**
2. **La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.**
3. **Desarrolle su prueba con lápiz pasta azul o negro. Si escribe con lápiz grafito pierde su derecho a recorrección.**
4. **No se puede usar corrector. Si se equivoca debe tarjar el error.**
5. **Resuelva su prueba en forma clara y ordenada, justificando adecuadamente sus desarrollos.**
6. **Use UNA hoja para desarrollar cada pregunta.**

PREGUNTAS

Pregunta 1: (32 puntos; 8 puntos cada una)

a) Considere $A \in M_4(\mathbb{R})$ tal que $A^2 = A$. Si $B = 2A - I_4$, con I_4 la matriz identidad de orden *4*. Determinar la matriz $X \in M_4(\mathbb{R})$ tal que: $X = A^3 B^2 A^4$.

b) Sean $A,B \in M_3(\mathbb{R})$ tal que: $|A| = \frac{1}{2}$ y $|B| = 3$. Calcular el valor exacto de $\left|\left(A^3 B^t A^{-1} (-1)^{15} B^2\right)^t\right|$.

c) Considere la matriz $E=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ y determine explícitamente la matriz $A\in M_2(\mathbb{R})$ tal que: $F_{12}\ F_{21}(-1)F_2\left(\frac{1}{2}\right)\ F_{12}(2)A=E$.

d) Determine el conjunto solución del sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x+y-z=1\\ 2x-y+2z=-1\end{array}\right|$$

Pregunta 2: (16 puntos)

Determine los valores de $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ de modo que el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{r} x-z=1\\ -x+3y=\alpha\\ 2x+\beta y+z=1\end{array}\right|$$

a) Tenga única solución. Determine sólo el valor de x.
b) No tenga solución.
c) Tenga infinitas soluciones.

Pregunta 3: (12 puntos; 4 puntos cada una)

Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Demuestre aquellas que sean verdaderas o dé un contraejemplo para aquellas que sean falsas.

a) Si $A\in M_n(\mathbb{R})$ con $|A|=1$ y $b\in M_{n\times 1}(\mathbb{R})$, entonces la única solución del sistema $A\,X=b$ es $X=A^{-1}b$.

b) Sean $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\ -3 & -1 & 2\\ -2 & 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 0\\ 1 & 3 & 4\\ 1 & 4 & 3\end{pmatrix}\in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$, entonces $A\xrightarrow{F}B$.

c) Sean $A=\begin{pmatrix}a & 3\\ 2 & b\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 4\\ 12 & 0\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$ tal que: $B\,A^t+(A+I_2)^t=A\ Adj(A)+C$, entonces $a=2b$.