PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAÍSO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PAUTA PRUEBA 2 DE MAT 213-02-03

CURSO: Álgebra Lineal FECHA: 16/10/07 TIEMPO: 90 min.
UNIDADES : Nº2. Espacios Vectoriales Reales.
PROFESORES : M. Parraguez; R. Salazar.
ÚTILES : De escritorio.

PREGUNTA 1: (20 puntos; 5 puntos cada una)

a) FALSO

Sea $V = \langle (1,\ 1,\ 1);\ (1,\ 1,\ 0);\ (0,\ 0,\ 1) \rangle$, pero
$A = \{(1,\ 1,\ 1);\ (1,\ 1,\ 0);\ (0,\ 0,\ 1)\}$ no es base de V.

b) FALSO

Pues no existe $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tal que: $(0,0,1) = \alpha(1,0,1) + \beta(0,1,2)$

c) VERDADERO
$S = \{(x,x,z,z) / x,z \in \mathbb{R}\} = \langle (1,1,0,0),(0,0,1,1) \rangle$ y $B = \{(1,1,0,0),(0,0,1,1)\}$
es base para S. Luego $\dim(S) = 2$

d) FALSO

Sean $p(x), q(x) \in \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] / p(0) = 1\}$, entonces
$p(0) = 1$ y $q(0) = 1$, pero $p(x) + q(x) \notin \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] / p(0) = 1\}$ pues
$p(0) + q(0) = 1 + 1 = 2 \neq 1$

PREGUNTA 2: (20 puntos)

(a) Notar que $U = \langle (1,-2,1) \rangle$ entonces $B = \{1,-2,1\}$ es base para U y $\dim(U) = 1$.

(b) Usando teorema de extensión $W = \langle (1, 0, 0); (0, 1, 0) \rangle$, y se tiene que $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$, ya que $\{(1,-2,1),(1,0,0),(0,1,0)\}$ es una base para $\mathbb{R}^3$.

PREGUNTA 3: (20 puntos)

(a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & : & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & : & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & : & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \overset{f_{1\,2}\,(-1)}{\approx} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & : & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & : & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & : & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \text{ f}_{2\,3}(-1) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & : & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & : & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & : & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \text{ f}_{1\,3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & : & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & : & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[id]_B^A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(b) $$[v]_A = [id]_B^A \, [v]_B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(c) $v = x^2 + 1 + x^2 + x - x - 1 = 2x^2$