PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAÍSO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PRUEBA Nº3 DE MAT 213-01-02-03-04-05

CURSO: Álgebra Lineal **FECHA: 17/Noviembre/07** **TIEMPO: 90 min.**

UNIDADES : Nº3. Trasformaciones Lineales.
Nº4. Diagonalización.
PROFESORES : A. Cabrera; M. Parraguez; R. Salazar; H. Soto; C. Torrealba.
ÚTILES : De escritorio.

INDICACIONES :

1. **Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder.**
2. **La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.**
3. **Desarrolle su prueba con lápiz pasta azul o negro. Si escribe con lápiz grafito pierde su derecho a recorrección.**
4. **No se puede usar corrector. Si se equivoca debe tarjar el error.**
5. **Resuelva su prueba en forma clara y ordenada, justificando adecuadamente sus desarrollos.**
6. **Use UNA hoja para desarrollar cada pregunta.**

PREGUNTAS

PREGUNTA 1: (18 puntos; 6 puntos cada una)

Sea
$$\begin{aligned} f:\mathbb{R}_2[x] &\longrightarrow V \\ a+bx+cx^2 &\longmapsto (a-b+c,\, a+b,\, c-a,\, b-c) \end{aligned}$$
una Trasformación Lineal con $V=\left\{(a,b,c,d)\in\mathbb{R}^4 \,/\, 2a-b+c+3d=0\right\}$.

Determinar:

(a) $\left[f\left(1+x-2x^2\right)\right]_B$, si $B=\{(1,1,-1,0),(1,0,-2,0),(1,0,1,-1)\}$ es base de V.

(b) $[f]_D^B$, si $D=\left\{1+x,-x,1-x^2\right\}$ es base de $\mathbb{R}_2[x]$.

(c) ¿f es isomorfismo?, JUSTIFIQUE.

PREGUNTA 2: (18 puntos; (a) 7 puntos, (b) 11 puntos)

Sea $f \in L\left(M_2(\mathbb{R}), \mathbb{R}^3\right)$ tal que $[f]_C^B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, con C base canónica de $M_2(\mathbb{R})$ y $B = \{(1,0,1), (1,1,1), (0,1,2)\}$ base de $\mathbb{R}^3$.

Determine:

(a) $f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right), \quad \forall \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$

(b) Bases para $Ker(f)$, $\mathrm{Im}(f)$.

PREGUNTA 3: (24 puntos; (a) 6 puntos, (b) 12 puntos, (c) 3 puntos, (d) 3 puntos)

Sea $T \in L\left(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3\right)$ y $C = \{e_1, e_2, e_3\}$ la base canónica de $\mathbb{R}^3$ tal que:

$[T]_C = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 3 \\ -6 & 4 & -6 \\ -6 & 2 & -4 \end{bmatrix}$.

(a) Determinar el polinomio característico de $[T]_C$ y los valores propios, si se sabe que $\lambda = 1$ es uno de ellos.

(b) Determinar los subespacios propios de $[T]_C$ y sus dimensiones.

(c) ¿Es $[T]_C$ diagonalizable?, JUSTIFIQUE.

(d) Encuentre (si es posible) una base B de $\mathbb{R}^3$ tal que $[T]_B$ sea diagonal.