PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATOLICA
DE VALPARAISO

***INSTITUTO DE MATEMÁTICA***

---

# EXAMEN DE MAT 213-01-02-03-04-05-06

**CURSO: Álgebra Lineal** **FECHA: 09/Agosto/08** **TIEMPO: 120 min.**
**UNIDADES : Nº1. Matrices y Sistemas de Ecuaciones Lineales.**
**Nº2. Espacios Vectoriales.**
**Nº3. Transformaciones Lineales.**
**Nº4. Diagonalización.**
**PROFESORES : M. Astudillo; E. Avilés; G. Figueroa; A. Morales; M. Parraguez.**
**ÚTILES : De escritorio.**

## INDICACIONES :

1. **Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder.**
2. **La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.**
3. **Desarrolle su prueba con lápiz pasta azul o negro. Si escribe con lápiz grafito pierde su derecho a recorrección.**
4. **No se puede usar corrector. Si se equivoca debe tarjar el error.**
5. **Resuelva su prueba en forma clara y ordenada, justificando adecuadamente sus desarrollos.**
6. **Use UNA hoja para desarrollar cada pregunta.**

## PREGUNTAS

**PREGUNTA 1: (20 puntos)**

Determinar condiciones sobre los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y + 3z = 14 \\ 2x - y + z = 3 \\ 4x + 3y + az = b \end{array}\right|$$

i) Tenga solución única.

ii) Tenga infinitas soluciones. En este caso, determine el conjunto solución.

iii) Sea inconsistente.

**PREGUNTA 2: (20 puntos)**

Dada la transformación lineal $T:\mathbb{R}^4 \to M_2(\mathbb{R})$, definida por: $T(x,y,z,w) = \begin{pmatrix} 2x-y+w & y-z \\ z-y & 2x-z+w \end{pmatrix}$, para todo $(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4$.

Determinar:

(a) Una base para $Ker(T)$ y $Nul(T)$.

(b) Una base para la $\operatorname{Im}(T)$ y $Rg(T)$.

(c) ¿Es $T$ inyectiva? ¿Es T sobreyectiva?.

(d) $U \leq M_2(\mathbb{R})$ tal que $U \oplus \operatorname{Im}(T) = M_2(\mathbb{R})$

**PREGUNTA 3: (20 puntos)**

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Calcule los valores propios de A.

b) Determine si la matriz $A$ es diagonalizable. En caso afirmativo, encuentre una matriz $P \in M_3(\mathbb{R})$ invertible y $D \in M_3(\mathbb{R})$ diagonal tal que $P^{-1}AP = D$.

c) ¿Es $A^2$ diagonalizable? Si lo es, ¿Cuál es la correspondiente matriz diagonal semejante a $A^2$?